

SISTEMA DE BALANCIN Y PELOTA: PRINCIPIOS BASICOS.

Marco Antonio Pérez Cisneros* y Peter Wellstead⁺

*División de Electrónica y Computación, CUCEI, Universidad de Guadalajara, México.

⁺Consultor “Control Systems Principles”

RESUMEN: Este artículo pertenece a la serie de notas de aplicación en modelado y control de sistemas que han sido creadas por “Control Systems Principles” para ilustrar los principios básicos de la teoría de control. Dichos fundamentos incluyen algunos sistemas genéricos y métodos que son comunes en muchas áreas del desarrollo tecnológico y la industria. Estas notas de aplicación buscan explicar dichos sistemas y sus principios de una manera clara y fácil de entender. Por tanto las notas describen primero las características mas importantes de un sistema, como funciona y finalmente como puede ser controlado. Diferentes sistemas en tiempo real son utilizados para demostrar la viabilidad de los algoritmos de control. Dichos sistemas han sido diseñados por nuestro fundador Prof. Peter Wellstead y son manufacturados por “TQ Education & Training Ltd” bajo la línea CE. Cuando es posible, las notas de aplicación incluyen también los resultados de los experimentos utilizando estos sistemas. En particular, esta nota de aplicación presenta un sistema de laboratorio muy útil e importante para enseñar la teoría de control de sistemas inestables: el sistema de balancín y pelota.

1. ¿Como es el sistema de Balancín y Pelota?

El sistema de balancín y pelota es un importante y clásico modelo de laboratorio para enseñar ingeniería de control y sistemas. Es muy popular por que es un sistema simple y fácil de entender que puede ser utilizado para estudiar muchos de los métodos clásicos y modernos de diseño en ingeniería de control. Posee una propiedad muy interesante para el ingeniero de control: es inestable en lazo abierto.

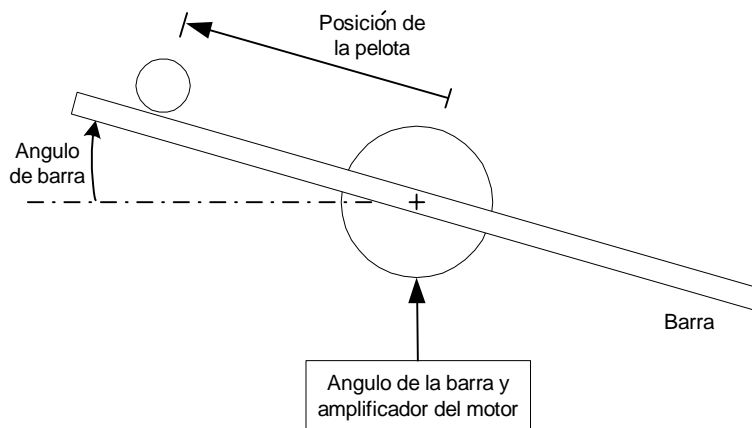


Figura 1. El sistema de balancín y pelota.

El sistema mostrado en la figura 1 es muy simple con una bola de acero rodando sobre un balancín largo que esta montado sobre el eje de un motor eléctrico. En esta configuración, la barra puede ser inclinada con respecto de su eje central aplicando una señal de control eléctrica al amplificador que maneja el motor. La posición de la bola en la barra es registrada con un sensor especial.

El objetivo del control es regular automáticamente la posición de la bola en el balancín cambiando el ángulo de la barra. Este es un problema de control difícil por que la bola no se queda en solamente un lugar. Por el contrario se mueve con una aceleración proporcional al ángulo de la barra. En términos de la ingeniería de control, el sistema es inestable en lazo abierto por que la salida del sistema (la posición de la pelota) puede incrementarse sin límite como respuesta a una entrada constante (el ángulo de inclinación de la barra). Por lo tanto, un esquema de control retroalimentado tiene que ser empleado para mantener la bola en una posición deseada en la barra.

2. ¿Por que es importante el sistema de balancín y pelota?

La mayoría de problemas de control en un sentido práctico son fáciles de controlar. Si una entrada constante es aplicada, la salida permanece más o menos constante. Sin embargo, un importante número de sistemas son inestables, ya sea por naturaleza o como resultado de su diseño, y el uso de control retroalimentado es esencial para hacerlos operar con seguridad. Muchos otros procesos industriales modernos y sistemas tecnológicos son intrínsecamente inestables, lo que significa que no podrían ser usados sin el efecto estabilizador del control retroalimentado.

Algunos ejemplos prácticos importantes son:

1. En las industrias con procesos químicos: el control de reacciones químicas exotérmicas. Si una reacción química genera calor y la reacción es más rápida conforme se incrementa la temperatura, entonces alguna forma de control deberá ser usada para estabilizar la temperatura de la reacción química y evitar una reacción de escape-rápido. Las reacciones exotérmicas son utilizadas para producir muchos de los productos químicos que usamos cotidianamente. Por lo tanto sin control retroalimentado estos productos no estarían disponibles para nosotros.
2. En generación de energía: el control de posición de plasma en el generador toroide europeo, JET por sus siglas en ingles (Joint European Torus). El objetivo es controlar la posición vertical del anillo de plasma dentro del hueco en el contenedor metálico con forma de dona. El control se realiza por medio de campos magnéticos aplicados a toda la dona mientras el plasma se mueve verticalmente de una manera inestable en respuesta a dichos campos de control. Para entender el problema imagina aplastar una bola mojada de jabón entre tus resbalosas manos. Conforme incrementas la presión en la bola de jabón, esta será expulsada a mayor velocidad conforme el ángulo relativo de tus manos. (¡el mismo problema puede ser encontrado cuando tratamos de mantener un hámster entre nuestras manos, bueno si nos muerde primero!). Nuestro equipo ha estudiado este problema, claro con el plasma, no con el ratón o la bola de jabón. Como resultado algunos principios preliminares para el modelado de este sistema y las soluciones de control fueron enviadas al proyecto JET. Los ingenieros trabajando en JET hicieron el resto.
3. En aplicaciones en el aero-espacio: el control de un cohete o una nave durante el despegue vertical. El ángulo de los cohetes de propulsión a chorro o las aletas de desviación deben ser continuamente controlados para prevenir que el cohete caiga o la nave vuelque. Sin el control de retroalimentación para estabilizar los movimientos, no habría cohetes al espacio y el famoso caza militar jumbo-jet "Harrier" hubiera permanecido como un sueño en los escritorios de Sir Sydney Camm y sus ingenieros en la compañía "Hawker Aircraft".

El control de sistemas inestables es de importancia crítica para muchos de los más difíciles problemas de control y debe ser estudiado en el laboratorio. Normalmente los sistemas inestables reales son peligrosos y no pueden ser traídos al laboratorio. El sistema de balancín y pelota fue desarrollado para resolver esta paradoja. Es un mecanismo muy simple y seguro que tiene las características dinámicas de un sistema inestable. Cuando por primera vez observamos este sistema muchos años atrás, durante una visita a Suecia, estuvimos inmediatamente impresionados por el concepto. Hemos diseñado una versión del problema que ha evolucionado para convertirse en el sistema entrenador de balancín y pelota CE106, manufacturado por TQ, que se describe mas tarde en estas notas.

3. Modelo del sistema de balancín y pelota.

La descripción completa de la dinámica de la pelota rodando sobre la viga es compleja pero una útil simplificación del modelo que se presenta en esta sección, puede ser utilizada para diseñar el controlador.

La fuerza que acelera la pelota conforme rueda por la barra viene de la componente gravitacional que actúa paralela a la barra. La línea punteada en la figura 2 muestra esta fuerza que es equivalente a $mg \sin \theta$. Realmente la bola acelera sobre la barra cuando rueda pero en nuestra derivación podemos asumir que la bola se desplaza sin fricción. Usando la ecuación de fuerza = masa x aceleración, el modelo simplificado para el sistema de balancín y pelota es:

$$mg \sin \theta = m\ddot{x}$$

Donde, m es la masa de la bola, g es la constante gravitacional, θ es el ángulo de la barra y finalmente x es la posición de la bola sobre la barra.

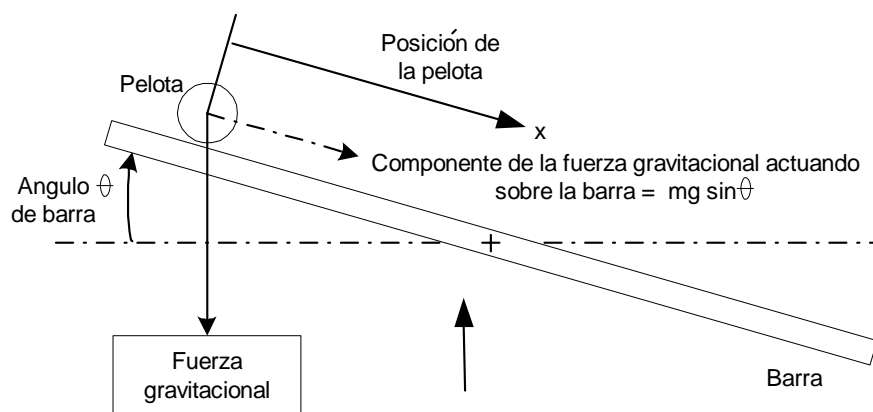


Figura 2. Dinámica de la pelota.

En el caso de ángulos pequeños, $\sin \theta$ es aproximadamente igual a θ entonces el modelo puede ser simplificado aun más como sigue:

$$\ddot{x} = g\theta \quad (1)$$

Este es el modelo básico del sistema de balancín y pelota que muestra como la aceleración de la bola es proporcional a la gravitación y el ángulo de inclinación de la barra. Dicho ángulo θ es proporcional al ángulo controlado por el voltaje de control del motor u y la posición de la bola x es registrada por el sensor de posición y . Reemplazando θ por el voltaje de control u , la posición de la bola por la posición medida por el sensor y , combinando las constantes del actuador y del sensor con la constante gravitacional, es posible encontrar una sola constante b que representa la ganancia total en la respuesta desde la entrada del voltaje de control hasta la aceleración de salida como sigue:

$$\ddot{y} = bu \quad (2)$$

Este modelo simple es una buena aproximación a la verdadera dinámica del sistema y es la versión normalmente utilizada en los libros de texto, tutoriales y estudios de diseño de algoritmos de control. Un modelo dinámico completo del sistema de balancín y pelota puedes encontrarlo en el libro del Prof. Wellstead: "Introduction to Physical System Modelling" y en la documentación del sistema entrenador de balancín y pelota CE106 manufacturado por TQ. Para diseñar un controlador la ecuación 2 es normalmente suficiente. Vamos ahora a determinar la función de transferencia y la representación en variable de estado del modelo.

La función de transferencia del sistema de balancín y pelota puede ser obtenida de la ecuación 2 como sigue:

$$x(s) = \frac{b}{s^2} u(s) \quad (3)$$

Definiendo los estados del sistema como la posición de la bola x_1 y su velocidad como x_2 , la representación en el espacio de estados viene dada como:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ b \end{bmatrix} u \\ y &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4)$$

Los modelos lineales dados arriba son la base para diseñar el controlador para el sistema. Sin embargo un sistema real de balancín y pelota tiene componentes dinámicos adicionales debido al motor, ruido y otras no linealidades que afectan el sistema. Las principales no linealidades son la fricción de Coulomb en las partes móviles y la zona muerta y saturación en el amplificador de entrada del motor. Estas tendrán que ser resueltas por medio de un lazo de control de posición en el motor de la barra. La retroalimentación tendrá un efector linearizante y reducirá el impacto de la dinámica del motor en el modelo. El ruido puede ser un problema importante ya que la medición de la posición de la bola es difícil y todos los métodos de registro tienen ruido en el sensor. Sin embargo el modelo del balancín y pelota es simple y solamente requerimos un parámetro: la ganancia b , que puede ser obtenida midiendo el tiempo requerido por la bola para acelerar desde un lado de la barra hasta el otro extremo, dado un ángulo para la barra. Las leyes del movimiento pueden ser usadas para integrar la ecuación 1 y calcular b . Para el sistema CE106 que se muestra abajo, el valor aproximado de b es 0.8.

4. Ejemplo de un sistema de balancín y pelota.

El CE106 es el entrenador de balancín y pelota manufacturado por TQ (ver figura 3) que es usado por muchas universidades y colegios alrededor del mundo. Incluye todas las características requeridas para demostrar y enseñar el control de sistemas inestables con la ventaja de que ha sido extensivamente probado y es muy seguro. Los elementos principales en su construcción son:

1. La barra, con dos cables en paralelo sobre los cuales rueda la pelota.
2. El motor servo, M que controla el ángulo de la barra.
3. El sensor del ángulo de inclinación.
4. El sensor de posición de la pelota en la barra.

El sistema de control del entrenador CE106 tiene dos partes. La primera es el control del ángulo de la barra. El voltaje de control del motor M cambia la velocidad el motor y un lazo de control de posición es utilizado para controlar el ángulo de la barra. El sistema utiliza un simple control proporcional para el control de posición. El verdadero problema de control es entonces usar una referencia para el ángulo de la barra como entrada para el controlador de la posición de la pelota en la barra.

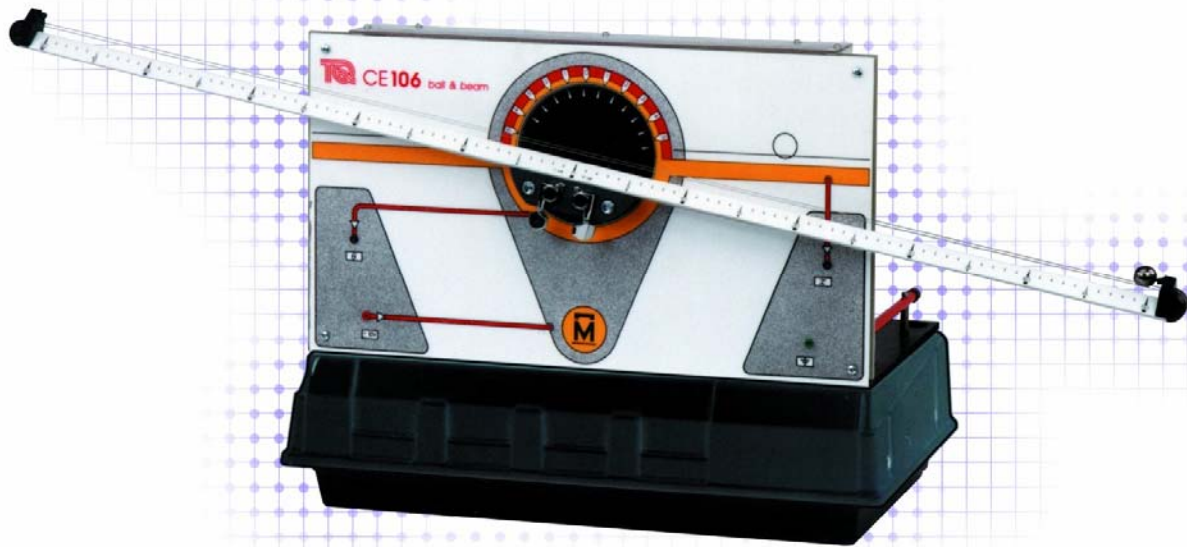


Figura 3. El sistema entrenador de balancín y pelota CE106.

5. Controladores del sistema de balancín y pelota.

La característica especial de la pelota y la barra es la respuesta inestable de lazo abierto, lo que significa que tiene que existir un adelanto de fase en el sistema de control para estabilizar el sistema. Existen diferentes alternativas en la teoría de control para diseñar el controlador adecuado para estabilizar el sistema de balancín y pelota, por ejemplo:

1. Control proporcional-derivativo (PD).
2. Compensación de adelanto de fase.
3. Observadores de estado con control retroalimentado.
4. Regulador cuadrático lineal (LQR)
5. Regulador cuadrático Gaussiano (LQG)
6. Control robusto.
7. Control de estructura variable y de modo corredizo (sliding mode).
8. Control difuso.

Cada uno de los anteriores puede ser implementado como un método continuo o como método digital basado en transformada Z. Todos los métodos ofrecen un rendimiento aceptable cuando son implementados con cuidado por un experto. El sensor de posición de la pelota es un factor especial. El sistema de control debe tener un avance de fase para estabilizar la posición de la pelota pero dicho desplazamiento de fase puede amplificar el ruido en altas frecuencias, por lo que un compromiso es necesario. Precisamente el sistema de balancín y pelota es un buen ejemplo para investigar este tipo de compromiso diseño/rendimiento. El control de estructura variable genera resultados impresionantes por que es posible “ver” la salida del sistema, en este caso la posición de la pelota moviéndose sobre la barra, como si se moviera sobre las trayectorias de cambio del controlador. La lista de controladores incluye el controlador PD de Elke, en donde la acción derivativa es esencial para estabilizar el comportamiento de la pelota. La acción de un filtro derivativo de “lavado” en este caso es esencial para suprimir problemas de ruido en el sensor (ver el artículo de Elke sobre el control de tres términos). La acción integral no es necesaria ya que el sistema es un doble integrador, con disculpas para Elke.

5. Ejemplo de diseño del controlador para el sistema de balancín y pelota.

Dado que en principio el sistema es inestable en lazo abierto, es necesario tener alguna clase de medición de la velocidad de la pelota. El clásico controlador proporcional-derivativo obtiene una medición de la velocidad diferenciando la posición de la pelota. El clásico compensador de adelanto de fase hace algo semejante. Una mejor solución es usar un observador basado en un modelo del sistema de balancín y pelota para estimar los estados del sistema y usar dichos estimados de posición y velocidad de la pelota en un controlador de retroalimentación de estados. Este controlador estabilizará la posición de la pelota y escogiendo la dinámica del observador es también posible negociar la influencia del nivel de ruido en el sensor contra el ancho de banda del observador. También es posible seleccionar las ganancias de retroalimentación para obtener una respuesta dinámica deseada de lazo cerrado. Por ejemplo, la figura 4 muestra la respuesta del observador, cuyo ancho de banda es 0.1Hz, en el sistema de balancín y pelota.

La estimación del observador sobre la posición de la pelota que se muestra en azul, requiere aproximadamente de 7 segundos para seguir la posición de la pelota registrada a través del sensor que se muestra en rojo. Una clara ventaja es que la estimación de la posición y velocidad de la pelota son relativamente libres de ruido. (Para obtener estas gráficas, los resultados del software de control CE2000 son guardados como un archivo MAT y exportados a Matlab). La figura 5 muestra las señales de referencia y salida del sistema de control basado en el observador. El pobre seguimiento que se observa al principio se debe al error en el observador. En este ejemplo hemos seleccionado las ganancias de la retroalimentación de estado para una respuesta razonablemente lenta a la señal de referencia, de tal manera que la bola no rebota fuera de la barra y que el ruido en el sensor puede ser reducido.

6. Relevancia del diseño del controlador para el sistema de balancín y pelota.

El sistema de balancín y pelota es una excelente herramienta para demostrar las ideas del control moderno ya que su dinámica, aunque es simple, es muy cercana a la dinámica real encontrada en sistema aero-espaciales. El control robusto con sus decisiones acerca de la sensibilidad del sistema y ajuste en el lazo de control es ideal para el problema del balancín y pelota. Por ejemplo, el equilibrio entre la sensibilidad en el lazo, el ruido en el sensor y los requerimientos de ancho de banda y fase para la estabilidad y rendimiento del sistema, pueden ser definidos en una forma intuitiva y relevante. A final de cuentas la palabra relevancia es la clave. El sistema de balancín y pelota no es un modelo de un sistema real en la forma que otros equipos demostrativos de laboratorio lo son, sino que su dinámica es semejante a la encontrada en muchos sistemas que desafían el control moderno. Por ende es una herramienta de aprendizaje de vital importancia para estudiantes y profesionales.

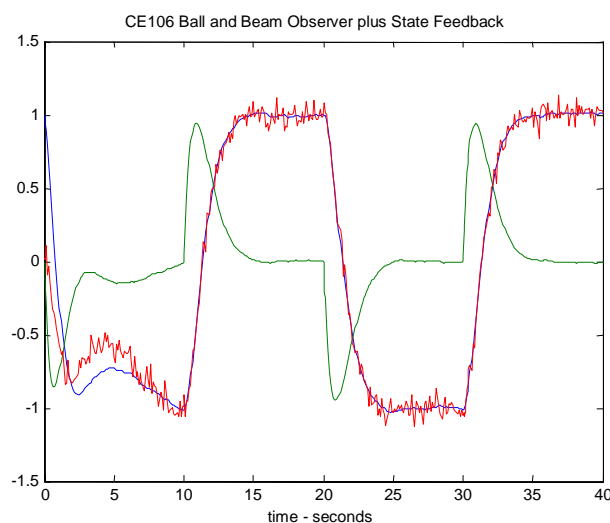


Figura 4. Respuesta del observador en el sistema de balancín y pelota. Rojo: posición de la pelota. Azul y verde: posición y velocidad de la pelota estimada por el observador.

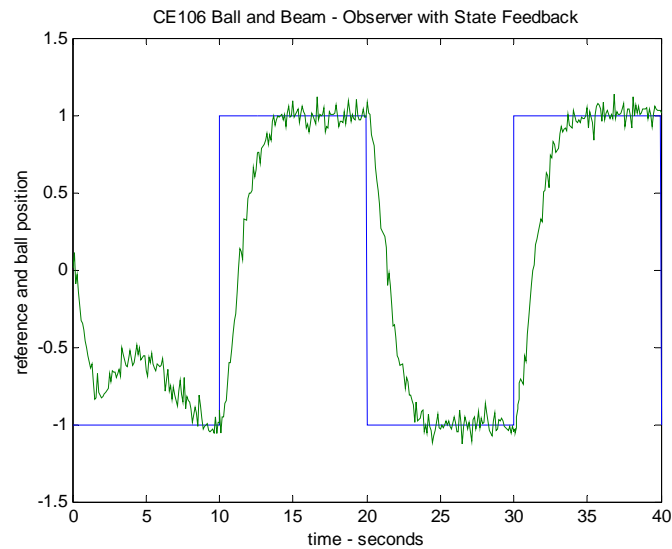


Figura 5. Posición de la pelota con respecto a la referencia utilizando el controlador de retroalimentación de estados.

6. Conclusión final

Esperamos que nuestra exposición acerca de los sistemas de balancín y pelota y su control haya sido clara para ti. Pedimos disculpas por adelantado por que no podemos contestar tus preguntas o dudas sobre detalles en el contenido de estas notas a menos de que tengamos un acuerdo con tu organización. Para más información sobre el sistema de balancín y pelota, consulta la pagina de Internet de TQ, utiliza las ligas de interés en nuestro sitio Web www.control-systems-principles.co.uk, o escribe directamente a TQ en el correo electrónico: info@tq.com. Para aprender más sobre control de los sistemas de balancín y pelota debes leer un libro sobre teoría control ya que las técnicas de control que hemos mencionado son estudiadas en muchos libros de texto de excelente contenido. Nosotros utilizamos el libro de Sistemas Modernos de Control de R.C. Dorf y R.H. Bishop, publicado en español por Addison Wesley. Este libro es regularmente revisado y actualizado. El libro del Prof. Wellstead "Introduction to Physical System Modelling", publicado por Academic Press, es también una excelente referencia.